Chapter 4: Quadratic Equation

Assignment:

Q1. Find the nature of following quadratic equations.

निम्नलिखित द्विघात समीकरण के प्रकृति ज्ञात कीजिए |

(a) $2x^2 - 3x + 1 = 0$

Sol: $a = 2, b = -3, c = 1$

$D = b^2 - 4ac$

$= (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1$

$= 9 - 8$

$= 1$

$D = 1$

$\therefore D > 0$

Nature: The equation has two distinct and real roots.

> **Working Rule for nature;**
>
> Find Discriminate ($D = b^2 - 4ac$)
>
> **Nature of quadratic equations:**
>
> When:
>
> $D = 0$ [**nature:** Two equal and real roots]
>
> When $D = 0$, equation is complete square
>
> $D > 0$ [**nature:** Two distinct and real roots]
>
> $D < 0$ [**nature:** No real roots]

(b) $5x^2 + x + 2 = 0$

(c) $4x^2 - 7x + 6 = 0$

(d) $x^2 + 4x - 7 = 0$

(e) $x^2 - 9x + 10 = 0$

(f) $4x^2 + 20x + 25 = 0$

(g) $3x^2 + 7x + 11 = 0$

(h) $5x^2 - 13x + 15 = 0$

(i) $x^2 + 6x + 9 = 0$

(j) $x^2 - 14x + 49 = 0$

(k) $2x^2 - 5x + 7 = 0$

(l) $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$

(m) $x^2 - 3x - 10 = 0$

(n) $2x^2 + x - 6 = 0$

(o) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

(p) $5x^2 - 6x - 2 = 0$

Q2. Find the value of k for which x = 2 is a solution of equation $kx^2 + 2x - 3 = 0$.

k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए x = 2, समीकरण $kx^2 + 2x - 3 = 0$ का हल है |

Solution:

Given x = 2 as solution of equation

∴ x = 2 satisfies the equation

$kx^2 + 2x - 3 = 0$

$k(2)^2 + 2(2) - 3 = 0$

$4k + 4 - 3 = 0$

$4k + 1 = 0$

$4k = -1$

$k = \frac{-1}{4}$

Q3. Find the value of k for which x = a is a solution of equation $x^2 - (a + b)x + k = 0$.

k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए x = a, समीकरण $x^2 - (a + b)x + k = 0$ का हल है |

Q4. Find the value of k for which $x = \sqrt{2}$ is a solution of equation $kx^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$.

k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $x = \sqrt{2}$, समीकरण $kx^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$ का एक हल है |

Q5. If $x = \frac{2}{3}$ and x = - 3 are the roots of the equation $ax^2 + 7x + b = 0$, find the values of a and b.

यदि $x = \frac{2}{3}$ और x = - 3 समीकरण $ax^2 + 7x + b = 0$ के दो मूल है तो a तथा b का मान ज्ञात कीजिए |

Q6. Solve the equation $3x^2 + 8x - 5 = 0$ for x by factorization method.

समीकरण $3x^2 + 8x - 5 = 0$ को x के लिए गुणनखंड विधि से हल कीजिए |

Q7. Solve the equation for x.

x के लिए हल कीजिए :

(i) $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{34}{15}$, Where $x \neq 0, x \neq 1$,

www.atpeducation.com

Solution:

$$\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{34}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + (x+1)^2}{x(x+1)} = \frac{34}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + x^2 + 2x + 1}{x^2 + x} = \frac{34}{15}$$

$\Rightarrow 34x^2 + 34x = 30x^2 + 30x + 15$ [using bi-cross Method]

$\Rightarrow 34x^2 - 30x^2 + 34x - 30x – 15 = 0$

$\Rightarrow 4x^2 + 4x – 15 = 0$

$\Rightarrow 4x^2 + 10x - 6x - 15 = 0$
$\Rightarrow$ 2x (2x + 5) - 3(2x + 5) = 0
$\Rightarrow$ (2x + 5) (2x - 3) = 0
$\Rightarrow$(2x + 5) = 0, (2x - 3) = 0
2x + 5 = 0, 2x - 3 = 0
2x = - 5, 2x = 3

$$x = \frac{-5}{2},\ x = \frac{3}{2}$$

(ii) $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-1} = \frac{6}{x}$

(iii) $\frac{2x}{x-3} + \frac{1}{2x+3} + \frac{3x+9}{(x-3)(2x+3)} = 0$

(iv) $\frac{x+3}{x+2} = \frac{3x-7}{2x-3}$

(v) $\frac{x+3}{x-2} - \frac{x-1}{x} = \frac{17}{4}$

(vi) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{5}{6}$ where $x \neq 1, -1$;

(vii) $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = \frac{48}{7}$ Where $x \neq 3$, $x \neq -3$,

(viii) $\frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

(ix) $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{2c}{x-c}$

(x) $\frac{m}{n}x^2 + \frac{n}{m} = 1 – 2x$

Q8. Solve for x:

$\frac{x-1}{x-2} + \frac{x-3}{x-4} = 3\frac{1}{3}$ where x ≠ 2, 4

x के लिए हल कीजिए :

$\frac{x-1}{x-2} + \frac{x-3}{x-4} = 3\frac{1}{3}$ जहाँ x ≠ 2, 4

Q9. Solve Quadratic equation for x;

$\frac{1}{a+b+c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ where a + b ≠ 0

x के लिए हल कीजिए :

$\frac{1}{a+b+c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ जहाँ a + b ≠ 0

Q10. Solve for x: $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} = \frac{4}{x+4}$, where x ≠ 1, -2, - 4

x के लिए हल कीजिए : $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} = \frac{4}{x+4}$, जहाँ x ≠ 1, -2, - 4

Q11. Solve equation for x : $abx^2 + (b^2 - ac)x - bc = 0$

x के लिए हल कीजिए : : $abx^2 + (b^2 - ac)x - bc = 0$

Q12. Find the value of k for which the given equation has real and equal roots.

k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए दिए गए समीकरण के वास्तविक एवं सामान मूल होंगे |

(i) $12x^2 + 4kx + 3 = 0$; (ii) $9x^2 + 3kx + 4 = 0$;

(iii) $x^2 + k(4x + k - 1) + 2 = 0$; (iii) $(k+1)x^2 - 2(k-1)x + 1 = 0$;

Q13. If – 4 is a root of the quadratic equation $x^2 + px - 4 = 0$ and the quadratic equation $x^2 + px + k = 0$ has equal and real roots, find the value of p and k.

यदि -4 द्विघात समीकरण equation $x^2 + px - 4 = 0$ का एक मूल है और द्विघात समीकरण $x^2 + px + k = 0$ के बराबर एवं वास्तविक मूल है तो p तथा k का मान ज्ञात कीजिए |

Q14. Find the value of k for which the equation $x^2 - 4x + k = 0$ has distinct and real roots.

k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए समीकरण $x^2 - 4x + k = 0$ के वास्तविक एवं भिन्न मूल होंगे ?

Q15. Find the value of k for which the equation $x^2 + 5kx + 16 = 0$ has no real roots?

k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए समीकरण $x^2 + 5kx + 16 = 0$ के कोई मूल नहीं है ?

Q16. Find the value of k for which the quadratic equation $(k + 4)x^2 + (K + 1) x + 1 = 0$ has equal and real roots.

k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए द्विघात समीकरण $(k + 4)x^2 + (K + 1) x + 1 = 0$ के बराबर एवं वास्तविक मूल हैं |

Q17. What should be the value of k for which the quadratic equation $4x^2 – kx + 1 = 0$ to be a perfect square.

द्विघात समीकरण $4x^2 – kx + 1 = 0$ को पूर्ण वर्ग होने के लिए k का मान क्या होना चाहिए |

Q18. For what value of k the equation $(k + 1) x^2 – 2(k -1) x +1=0$ is a perfect square.

k के किस मान के लिए समीकरण $(k + 1) x^2 – 2(k -1) x +1=0$ एक पूर्ण वर्ग है |

Q19. For what value of k the quadratic equation $9x^2 – 24x + k = 0$ is a perfect square.

k के किस मान के लिए समीकरण $9x^2 – 24x + k = 0$ एक पूर्ण वर्ग है |

Q20. If the roots of the equation $(b – c) x^2 + (c – a) x + (a – b) = 0$ are real and equal, then prove that $2b = a + c$.

यदि समीकरण $(b – c) x^2 + (c – a) x + (a – b) = 0$ के मूल वास्तविक एवं समान हो तो सिद्ध कीजिए कि $2b = a + c$ है |

Q21. If the roots of the equation $(c^2 – ab) x^2 – 2(a^2 – bc)x + b^2 – ac = 0$ are equal, prove that either $a = 0$ or $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

यदि समीकरण $(c^2 – ab) x^2 – 2(a^2 – bc)x + b^2 – ac = 0$ के मूल समान हो तो सिद्ध कीजिए कि $a = 0$ या $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ है |

Q22. If the roots of the equation $(a^2 + b^2) x^2 – 2(ac + bd) x + (c^2 + d^2) = 0$ are real and equal, then prove that $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

यदि समीकरण $(a^2 + b^2) x^2 – 2(ac + bd) x + (c^2 + d^2) = 0$ का मूल वास्तविक एवं समान है तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Q23. If the sum of two numbers is 25 and the product is 156, find the numbers.

दो संख्याओं का योग 25 है और उनका गुणनफल 156 है तो संख्याएं ज्ञात कीजिए |

Q24. If the product of two consecutive odd numbers is 2703 then find the numbers.

www.atpeducation.com

दो क्रमागत विषम संख्याओं का गुणनफल 2703 है तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए |

Q25. The sum of two numbers is 18. The sum of their reciprocals is $\frac{1}{4}$. Find the numbers.

दो संख्याओं का योग 18 है और उनके व्युत्क्रमों का योगफल $\frac{1}{4}$ है तो संख्याएं ज्ञात कीजिए |

Q26. The sum of two numbers is 16. The sum of their reciprocals is $\frac{1}{3}$. Find the numbers.

दो संख्याओं का योग 16 है और उनके व्युत्क्रमों का योगफल $\frac{1}{3}$ है तो संख्याएं ज्ञात कीजिए |

Q27. Find two consecutive natural numbers whose product is 20.

दो क्रमागत प्राकृत संख्याओं को ज्ञात कीजिए जिनका गुणनफल 20 है |

Q28. The sum of a number and its reciprocal is $\frac{82}{9}$, Then find the number.

किसी संख्या और उसके व्युत्क्रम का योग $\frac{82}{9}$ है तो संख्या ज्ञात कीजिए |

Q29. If the price of a book is reduced by H 5, a person can buy 5 more books for H 300. Find the original list price of the book.

यदि एक पुस्तक की कीमत 5 कम होता है तो एक व्यक्ति 300 में 5 पुस्तकें अधिक खरीद सकता है | तो पुस्तक की वास्तविक सूचि मूल्य ज्ञात कीजिए |

Q30. Suman's age is 2 years greater than Arushi. If the sum of square of their age is 74. Then find their ages.

सुमन की आयु अरुषि की आयु से 2 अधिक है | यदि उनकी आयु के वर्गों का योग 74 है तो उनकी आयु ज्ञात कीजिए |

Q31. H 6500 were divided equally among a certain number of persons. Had there been 15 more persons, each would have got H 30 less. Find the original number of persons.

H 6500 को कुछ व्यक्तियों में बाँटा जाना है| यदि 15 व्यक्ति और बढ़ जाते है तो प्रत्येक को H 30 कम प्राप्त होता है | तो व्यक्तियों की वास्तविक संख्या ज्ञात कीजिए |

हल:

माना कि व्यक्तियों की वास्तविक संख्या = x है |

रुपये जिसको x व्यक्तियों में बांटना है = 6500

www.atpeducation.com

प्रत्येक व्यक्ति को मिलेगा = $\frac{6500}{x}$ रु0

यदि 15 व्यक्ति बढ़ जाते है तो कुल व्यक्ति = x + 15

अब प्रत्येक व्यक्ति को मिलेगा = $\frac{6500}{x+15}$ रु0

अत: प्रश्नानुसार;

$\frac{6500}{x} > \frac{6500}{x+15}$

$\frac{6500}{x} - \frac{6500}{x+15} = 30$

$\frac{6500(x+15) - 6500x}{x\,(x+15)} = 30$

$\frac{6500(x+15-x)}{x^2+15x} = 30$

$\frac{6500(15)}{x^2+15x} = 30$

$\frac{6500}{x^2+15x} = \frac{2}{1}$

$\frac{3250}{x^2+15x} = \frac{1}{1}$

$x^2 + 15x = 3250$
$x^2 + 15x - 3250 = 0$
$\Rightarrow x^2 + 65x - 50x - 3250 = 0$
$\Rightarrow x(x + 65) - 50(x + 65) = 0$
$\Rightarrow (x + 65)(x - 50) = 0$
$x + 65 = 0, x - 50 = 0$
$x = -65, x = 50$
अत: व्यक्तियों की वास्तविक संख्या = 50 है |

Q32. A two digit number is such that the product of the digits is 14. When 45 is added to the number, then the digits are reversed. Find the number.

दो अंकों की एक संख्या ऐसी है कि उनका गुणनफल 14 है | जब इस संख्या में 45 जोड़ा जाता है तो इसके अंक बदल जाते हैं | संख्या ज्ञात कीजिए |

Q33. Divide 16 into two parts such that twice the square of larger part exceeds the square of the smaller part by 164.

www.atpeducation.com

16 को दो भागों में इस प्रकार विभाजित कीजिए कि बड़े भाग का वर्ग का दुगुना छोटे भाग के वर्ग से 164 अधिक है |

Q34. The speed of a boat in still water is 15 km/hr. It can go 30 km upstream and return downstream to the original point in 4 hours 30 minutes. Find the speed of the stream.

एक नाव की शांत जल में चाल 15 km/hr है | यह धारा के प्रतिकूल तथा धारा के अनुकूल 4 घंटे 30 मिनट में 30 km जा सकता है | धारा की चाल ज्ञात कीजिए |

Q35. A plane left 30 minutes later than the schedule time and in order to reach its destination 1500 km away in time it has to increase its speed by 250 km/hr from its usual speed. Find its usual speed.

एक वायुयान अपने निर्धारित समय से 30 मिनट देर से उड़ान भरती है और इसे अपने 1500 km के गंतव्य तक समय पर पहुँचने के लिए अपनी चाल को सामान्य चाल से 250 km/hr बढ़ाना पड़ता है | विमान की समान्य चाल ज्ञात कीजिए |

Q36. The perimeter of a rectangular field is 82 m and its area is 400 m^2. Find the dimensions of the rectangle.

एक आयताकार खेत का परिमाप 82 m है और इसका क्षेत्रफल 400 m^2 है तो इसकी विमाएँ ज्ञात कीजिए |

कुछ निश्चित व्यक्तियों में D 6500 को समान रूप से बाँटा गया | यदि उनके बीच 15 और व्यक्ति शामिल हो गए तो प्रत्येक व्यक्ति को 30 कम मिलता है | व्यक्तियों की वास्तविक संख्या ज्ञात कीजिए |

Q37. A two-digit number is four times the sum and three times the product of its digits. Find the number.

दो अंकों वाली एक संख्या अपने अंकों के योग के चार गुना है और अंकों के गुणनफल का तिगुना है, तो संख्या ज्ञात कीजिए |

Q38. A fast train takes 3 hours less than a slow train for a journey of 600 km. If the speed of the slow train is 10 km/hr less than that of the fast train, find the speed of the two trains.

www.atpeducation.com

एक फ़ास्ट रेलगाड़ी 600 km की यात्रा धीमी चलने वाली रेलगाड़ी से 3 घंटे कम समय लेती है | यदि धीमी चलने वाली रेलगाड़ी की चाल फ़ास्ट रेलगाड़ी से 10 km कम है, दोनों रेलगाड़ियों की चाल ज्ञात कीजिए |

Q39. The sum of the age of a father and his son is 45 years. Five years ago, the product of their age (in years) was 124. Determine their present ages.

एक पिता और पुत्र की आयु का योग 45 वर्ष है | पाँच वर्ष पूर्व उनकी आयु का गुणनफल (वर्षों में) 124 था | उनकी वर्त्तमान आयु ज्ञात कीजिए |

Q40. The hypotenuse of a right triangle is $3\sqrt{5}$ cm. If the smaller side is tripled and the larger side is doubled, the new hypotenuse will be 15 cm. Find the length of each side.

एक समकोण त्रिभुज का कर्ण $3\sqrt{5}$ cm है | यदि छोटी भुजा को तिगुना और बड़ी भुजा को दुगुना कर दिया जाता है तो नया कर्ण 15 cm हो जायेगा | तो प्रत्येक भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए |

Q41. The area of an isosceles triangle is 60 cm^2 and the length of each its equal sides is 13 cm. Find its base.

एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 60 cm^2 है और इसकी प्रत्येक बराबर भुजाएं 13 cm है, तो इसकी आधार की लंबाई ज्ञात कीजिए |

Q42. An aeroplane takes 1 hour less for a journey of 1200 km if its speed is increased by 100 km/hr from its usual speed. find its usual speed.

यदि एक हवाई जहाज यह अपने सामान्य चाल में 100 km/hr की वृद्धि कर लेता है तो 1200 km की यात्रा करने में 1 घंटा कम समय लेता है | तो जहाज की समान्य चाल ज्ञात कीजिए |

Q43. If the list price of a toy is reduced by D 2, a person can buy 2 toys more for D 360. Find the original price of toy.

यदि एक खिलौने का सूचि मूल्य D 2 कम कर दिया जाता है तो एक व्यक्ति D 360 में 2 खिलौने अधिक खरीद सकता है | खिलौने का वास्तविक मूल्य ज्ञात कीजिए |

Q44. A passenger train takes 2 hours less for a journey of 300 km if its speed is increased by 5 km/hr from its usual speed. Find the usual speed of train.

www.atpeducation.com

एक सवारी रेलगाड़ी यदि अपनी समान्य चाल से 5 km/hr की चाल में वृद्धि करती है तो यह 300 km की यात्रा पूरी करने में 2 घंटा कम समय लेती है | रेलगाड़ी की समान्य चाल ज्ञात कीजिए |

Q45. A shopkeeper buys a number of books for D 80. If he had bought 4 more books for the same amount, each book would have cost D 1 less. How many books did he buy.

एक दुकानदार 80 D मूल्य की कुछ पुस्तकें खरीदता है | यदि वह 4 और अधिक पुस्तकें उसी मूल्य की खरीदता तो प्रत्येक की कीमत 1 D कम हो जाता | तो बताइए कि उसने कुल कितनी पुस्तकें खरीदी |

हल: माना कि खरीदी गयी पुस्तकों की संख्या x है |

x पुस्तकों की संख्या = 80 D

अत: एक पुस्तक की कीमत = $\frac{80}{x}$ D

यदि वह चार पुस्तक अधिक लेता तो पुस्तकों की संख्या = x + 4

तो एक पुस्तक की नयी कीमत = $\frac{80}{x+4}$ D

प्रश्नानुसार पुस्तक की कीमत 1 कम हो जाती है |

$\therefore \frac{80}{x} - \frac{80}{x+4} = 1$

$\Rightarrow \frac{80(x+4) - 80(x)}{x(x+4)} = 1$

$\Rightarrow \frac{80(x+4-x)}{x^2+4x} = 1$

$\Rightarrow \frac{80 \times 4}{x^2+4x} = 1$

$\Rightarrow \frac{320}{x^2+4x} = 1$

$\Rightarrow \frac{320}{x^2+4x} = 1$

$\Rightarrow x^2 + 4x = 320$

$\Rightarrow x^2 + 4x - 320 = 0$

www.atpeducation.com

$\Rightarrow x^2 + 20x - 16x - 320 = 0$

$\Rightarrow x(x + 20) - 16(x + 20) = 0$

$\Rightarrow (x + 20)(x - 16) = 0$

$\Rightarrow (x + 20) = 0, (x - 16) = 0$

$\Rightarrow x = -20, \; x = 16$

अत: खरीदी गयी पुस्तकों की संख्या = 16

x = -20 (ऋणात्मक मान संख्या के लिए संभव नहीं है इसलिए इसे नहीं लेंगे)

Answer:

Q1.

Q2.

Q3.

Q4.

Q5.

Q6.

Q7.

Q8.

Q9.

Q10.

Q11.

Q12.

Q13.

Q14.

Q15.

Q16.

Q17.

Q18.

Q19.

Q20.

Q21.

www.atpeducation.com

Q22.

Q23.

Q24.

Q25.

Q26.

Q27.

Q28.

Q29.

Q30.

Q28. Number is 9

Q29. H 20

Q30.

Q31. 50 रु0

Q32. 27

Q33. 10, 6

Q34. धारा की चाल: 5km/hr

Q35. 750 km

Q36. 25, 16

Q37. 24

Q38. फ़ास्ट रेलगाड़ी की चाल = 50 km, धीमी रेलगाड़ी की चाल = 40 km

Q39. पिता की आयु = 36 वर्ष, पुत्र की आयु = 9 वर्ष

Q40. छोटी भुजा = 3 cm, बड़ी भुजा = 6 cm

Q41. 24 cm या 10 cm

Q42. 300 km/hr

Q43. खिलौने का मूल्य = D 20

www.atpeducation.com